
RENZO DEVOTO RATTO | MAURO NUÑEZ ABARCA

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

*Un enfoque para
toma de decisiones*



EDICIONES UNIVERSITARIAS DE VALPARAÍSO
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del «Copyright», bajo las sanciones establecidas en las Leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

© Renzo Devoto Ratto, Mauro Nuñez Abarca, 2001
Inscripción N° 118.462

Segunda Edición 2007

ISBN 978-956-17-0314-8

Tirada de 300 ejemplares

Derechos Reservados

Ediciones Universitarias de Valparaíso
de la Universidad Católica de Valparaíso
Calle 12 de Febrero 187, Valparaíso
Fono (32) 227 30 87 - Fax (32) 227 34 29
E.mail: euvs@ucv.cl
Web: www.euv.cl

Diseño Gráfico: Guido Olivares S.
Diagramación: Mauricio Guerra P.
Corrección de Pruebas: Osvaldo Oliva P.

Impreso en Libra

HECHO EN CHILE

Angelo, querido e inolvidable hijo, estoy seguro que tu madre, tu hermano y tus nonnos no se molestarán si te dedico este libro en exclusiva.

Pero, dime... ¿cómo se le dedica un libro a un ángel?

RDR

A Digna, Fanny, Freddy y Daniela.
¡Una vez más lo hemos hecho!

MNA

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a todas aquellas personas e instituciones que cooperaron para que este libro fuera terminado y publicado. Aun corriendo el riesgo de cometer alguna omisión importante, los principales destinatarios de estos agradecimientos son los siguientes:

- Todos los estudiantes que han utilizado algún material de este libro, a lo largo de más de dos décadas. El nivel de aprendizaje alcanzado por cada uno de ellos, ha sido uno de los principales incentivos para llevar adelante esta tarea. Algunos de ellos –ya profesionales con experiencia- han sido insistentes demandantes de que este libro vea la luz.
- Los ayudantes de los cursos “Matemáticas Financieras”, “Elementos para la Toma de Decisiones” y “Tópicos Financieros” de los distintos planes de estudios de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Católica de Valparaíso, en las décadas de los 80 y los 90. Cada uno de ellos aportó alguna idea interesante para preparar ejemplos y ejercicios.
- Los colegas de la Escuela de Ingeniería Comercial de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, por los consejos y los estímulos brindados.
- La Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, por el apoyo financiero prestado para la publicación de este libro, a través del Fondo de Publicaciones.
- El personal de Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, por el trabajo profesional desarrollado.
- Nuestras familias, que adoptaron como propio este proyecto, por todas las horas regaladas con amor para facilitar su consecución.

¡Muchas gracias!

LOS AUTORES

ÍNDICE

	Pág.
PRÓLOGO	11
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	17
CAPÍTULO 2. MONTO O VALOR FUTURO	29
CAPÍTULO 3. VALOR ACTUAL Y ECUACIÓN DE VALORES EQUIVALENTES.....	49
CAPÍTULO 4. TASAS DE INTERÉS EQUIVALENTES	65
CAPÍTULO 5. AMORTIZACIÓN DE CRÉDITOS	81
CAPÍTULO 6. ANUALIDADES DE RENTA CONSTANTE.....	97
CAPÍTULO 7. AMORTIZACIONES EN ANUALIDADES DE RENTA CONSTANTE	117
CAPÍTULO 8. INTERÉS ANTICIPADO.....	137
CAPÍTULO 9. INTRODUCCIÓN A LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	153
TEMAS DE ANÁLISIS.....	183
RESPUESTAS A ALGUNOS TEMAS PROPUESTOS	205

PRÓLOGO

Hoy pareciera inútil y casi absurdo emprender la tarea de desarrollar y publicar un libro en un área temática como las matemáticas financieras, que no presenta innovaciones conceptuales en los últimos siglos. Más aún, en una época en que la tecnología aporta una capacidad de procesamiento y cálculo, que ha minimizado o eliminado muchas de las dificultades propias del cálculo financiero.

Incluso, cuando uno de los autores inició su carrera de académico, a comienzos de los años 80, enfrentado a la tarea de dictar clases de matemáticas financieras a los alumnos de Ingeniería Comercial, se preguntó si valía la pena enfrentar el desafío de alcanzar resultados con los alumnos y de no ser superado por el propio tedio, en un ámbito en que lo único relevante parecía ser contar con un buen formulario y/o una buena calculadora financiera.

A lo largo de los años, a través de la docencia en múltiples cursos en la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Católica de Valparaíso y en actividades de capacitación, se fue forjando un nuevo estilo de visualizar a las matemáticas financieras, en que el foco es su utilización en la toma de decisiones y no el cálculo en sí mismo. Dicho estilo se plasma en este libro y de ahí el subtítulo elegido para el mismo.

Aportes del libro

Si bien existen textos en castellano que tratan estos temas, este libro aporta –entre otros- los siguientes beneficios diferenciales:

- Trata profundamente los aspectos conceptuales, construyendo una base que permite operar en problemas de distinta complejidad, sin necesidad de fórmulas especiales ni apoyo de calculadoras financieras. Varios tópicos son tratados con mayor profundidad y en el caso de otros (por ejemplo, “anualidades”) se introducen enfoques alternativos.
- No obstante su solidez teórica, el libro trata extensamente las aplicaciones de dicha teoría, desarrollando más de 50 ejemplos numéricos de diversa compleji-

dad, explicados detalladamente y estrechamente conectados con la teoría que se va presentando. Asimismo, al final del texto, se proponen 50 temas de análisis, con sus resultados. Tanto los ejemplos como los temas de análisis propuestos son muy distintos a los existentes en otros libros de Matemáticas Financieras, más realistas en su complejidad y exigiendo un nivel de análisis que va más allá de la utilización de una mera fórmula.

- Su enfoque apunta no sólo al cálculo de créditos, sino también a la relación existente entre dichos cálculos y la evaluación crediticia (incluyendo la evaluación de alternativas de inversión).
- Se trata de un texto cuyo contenido ha sido probado con éxito en la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Católica de Valparaíso y en seminarios de capacitación, durante más de dos décadas.

Estructura del libro

El texto tiene nueve capítulos, a través de los cuales se avanza gradualmente en el conocimiento de los fundamentos de las matemáticas del crédito, para luego enfrentar situaciones específicas de aplicación y/o de análisis.

El capítulo 1, titulado “Introducción”, presenta los conceptos de crédito, interés, costo de oportunidad, tasa de interés, capital insoluto y saldo insoluto, introduciendo además la noción de interés simple y de interés compuesto.

El capítulo 2, titulado “Monto o Valor Futuro”, aborda el cálculo de monto a interés simple y compuesto, a tasa de interés fija y a tasa de interés variable, a partir de un capital fijo. Además, se presenta el cálculo de monto de una sucesión de capitales a interés, propio de las denominadas cuentas de ahorro.

El capítulo 3, titulado “Valor Actual y Ecuación de Valores Equivalentes”, trata el cálculo de valor actual a interés simple y compuesto, a tasa de interés fija y a tasa de interés variable, a partir de un valor futuro fijo. Se enfatiza la importancia del concepto de valor actual para la toma de decisiones financieras, relacionándolo estrechamente con el concepto de monto o valor futuro. Parte importante del capítulo se dedica al tema de las ecuaciones de valores equivalentes, fundamental tanto para el cálculo de créditos como para la evaluación de alternativas.

El capítulo 4, titulado “Tasas de Interés Equivalentes”, aborda diversas equivalencias entre tasas de interés, con la finalidad principal de otorgar flexibilidad en el análisis de alternativas no homogéneas. Además de las equivalencias entre tasas de interés simples y compuestas y los cálculos de tasas efectivas compuestas, se presenta el tema de tasa de interés real en un contexto inflacionario y el efecto de las comisiones en las tasas de interés efectivas.

El capítulo 5, titulado “Amortización de Créditos”, presenta todos los aspectos relevantes de la modalidad de crédito con amortización prepactada y la modalidad de crédito con amortización flexible: cálculo de cuotas, capital insoluto, saldo insoluto e intereses. Sólo se deja pendiente el caso de créditos con amortización en

cuotas fijas periódicas, postergado para el capítulo 7, a la espera de tratar el tema de anualidades en el capítulo 6.

El capítulo 6, titulado “Anualidades de Renta Constante”, trata exhaustivamente el tema de anualidades, con un criterio de eficiencia no habitual en otros textos de matemáticas financieras. A partir de un profundo tratamiento de las anualidades vencidas, se enseña a utilizar dicho conocimiento para abordar cálculos en otras anualidades, sin necesidad de requerir para ello de fórmulas especiales.

El capítulo 7, titulado “Amortización en Anualidades de Renta Constante”, trata exhaustivamente la amortización en cuotas periódicas fijas, tan habitual en estos tiempos. El énfasis en el tratamiento de los elementos propios de los cuadros de amortización, permite reforzar los tópicos tratados en el capítulo 5. Al final del capítulo se revisa el tema de los fondos de amortización en cuotas fijas y se efectúa una comparación de los mismos con la amortización directa en cuotas fijas.

El capítulo 8, titulado “Interés Anticipado”, aborda dicha modalidad de interés más ligada conceptualmente al descuento bancario de documentos. Además de tratar los distintos cálculos inherentes a esta modalidad de interés, se desarrollan las equivalencias con el interés vencido.

El capítulo 9, titulado “Introducción a la Evaluación de Proyectos de Inversión”, enfrenta la tarea de culminar el libro con una aplicación superior de las matemáticas del crédito a la toma de decisiones. Si bien a lo largo de todo el texto se enfatiza la aplicación a la toma de decisiones, en este capítulo resulta aún más patente cómo los conceptos de monto y valor actual y las ecuaciones de valores equivalentes son la base de los indicadores y criterios de evaluación de proyectos de inversión. El capítulo no pretende reemplazar a un buen libro de evaluación de proyectos, pero trata con razonable profundidad la utilización del valor actual neto (VAN) y la tasa interna de retorno (TIR), tanto en la evaluación de un proyecto aislado como en la evaluación de proyectos mutuamente excluyentes, explicando asimismo sus fortalezas y debilidades en cada caso. El capítulo finaliza con una breve presentación del efecto de la depreciación y del apalancamiento financiero en la evaluación de proyectos de inversión, intentando tender un puente hacia textos más avanzados en el tema.

A nuestro juicio, los capítulos 1 al 4 aportan los fundamentos necesarios para aprender matemáticas del crédito. En tal sentido, es absolutamente necesario su análisis y estudio rigurosos, para avanzar con éxito hacia las aplicaciones más específicas. Los capítulos 5, 6 y 7 aportan las principales aplicaciones en el ámbito de las instituciones financieras, por cuanto tratan la temática de amortización de créditos. El capítulo 8 podría ser obviado sin pérdida de aprendizaje para la práctica financiera actual, pero su estudio debiera ser de utilidad para reforzar el aprendizaje conceptual. Finalmente, el capítulo 9, si bien puede ser obviado en un curso clásico de matemáticas financieras, refuerza el nexo entre el aprendizaje de las matemáticas financieras y el de la toma de decisiones económico-financieras.

Todos los capítulos cuentan con ejemplos resueltos detalladamente. No se trata

de ejemplos para mostrar cómo se utiliza una fórmula, sino de situaciones que permiten visualizar cómo los conceptos pueden ser aplicados con provecho en situaciones de relativa complejidad. En total, en el libro se resuelven 53 ejemplos, cuyas características difieren en gran medida de los presentados en otros textos de matemáticas financieras, tanto en complejidad como en su enfoque.

Se refuerza lo anterior con la propuesta de 50 temas de análisis, para ejercitación del lector. Estos se presentan al final del texto, separados por capítulos, presentando la mayoría de ellos una mayor dificultad que los ejemplos desarrollados en el cuerpo del libro. Para la mayoría de ellos se entregan los resultados finales, a fin de que el lector pueda efectuar las respectivas verificaciones.

Los ejemplos resueltos y los temas de análisis propuestos deben ser considerados componentes fundamentales del libro. No es posible el aprendizaje de las matemáticas financieras sin practicar los conceptos a través del análisis de situaciones de relativa complejidad. Se previene al lector respecto a la no trivialidad de la mayoría de los temas de análisis propuestos, a fin de que redoble sus esfuerzos si no arriba al resultado correcto en un primer intento.

Consideraciones finales

Estamos convencidos de que este libro aporta elementos novedosos a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas financieras. Esperamos que esa sea también la opinión de académicos y estudiantes que lo utilicen, de quienes también esperamos la retroalimentación necesaria para mejorarlo en las próximas ediciones.

A pesar de las numerosas correcciones de pruebas efectuadas antes de su publicación, dada la gran cantidad de diagramas y cifras, no se descarta la existencia de errores tipográficos. Por lo tanto, agradeceremos a los lectores nos hagan conocer dichos errores, disculpándonos desde ya por la eventual existencia de los mismos.

Les deseamos una feliz travesía por el fascinante mundo de las matemáticas financieras, cuyo mapa se empieza a dibujar desde el primer capítulo de este libro.

LOS AUTORES

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. CRÉDITO E INTERÉS

Las matemáticas del crédito, rama de las matemáticas financieras, se ocupa de los cálculos inherentes a las operaciones de crédito en dinero o préstamos de dinero.

Crédito

Es el traspaso del derecho al uso de un bien por parte de una persona natural o jurídica que goza de tal derecho y que renuncia a ese uso en favor de otra persona natural o jurídica, la cual lo adquiere por un plazo determinado o no.

Esta definición de «crédito» abarca cualquiera operación de préstamo de cualquier bien, algunas de tanta envergadura como un crédito en dólares (US\$) otorgado por el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) a un país latinoamericano ó como una concesión por 20 años para explotar yacimientos mineros, a la vez que algunas tan simples como el préstamo de una calculadora entre dos compañeros de curso durante una evaluación.

Si bien la acepción más conocida de «crédito en dinero» es aquella en la cual una institución financiera le presta dinero a una persona natural o jurídica, es importante reconocer que este concepto involucra un conjunto bastante más amplio de operaciones, como por ejemplo: depósitos de ahorro que realizan personas naturales o jurídicas en instituciones financieras (cuentas de ahorro, depósitos a plazo, etc.), préstamos de carácter comercial (ventas a plazo) y, entre otros, la inversión en empresas productivas (el inversionista «le presta» dinero a la empresa).

La constatación de la amplitud del concepto de «crédito en dinero», especialmente en lo que se refiere a la inversión en unidades productivas, realza la importancia del estudio de las matemáticas del crédito. Así, resulta evidente la intrínseca relación entre este campo de estudio y el de la evaluación de proyectos de inversión.

Es un hecho generalizado que en las operaciones de crédito en dinero, el acreedor

(la persona que prestó el dinero) exija al deudor (la persona que recibió el dinero en préstamo) el pago de una renta por el dinero prestado, renta que recibe la denominación de «interés».

Interés

Es la renta que se paga por el uso del dinero tomado en préstamo (punto de vista del deudor), o bien, es la renta que se cobra por renunciar al uso del dinero otorgado en préstamo (punto de vista del acreedor).

De esta manera, salvo mención en contrario, el deudor deberá devolver el dinero tomado en préstamo, más una suma adicional llamada interés, que representa el pago por el «arriendo» del uso del dinero.

1.2. VALOR TEMPORAL DEL DINERO

Para muchas personas resulta discutible el hecho de que se cobren intereses en las operaciones de crédito en dinero. Incluso, existen determinadas civilizaciones en que ello está penado por la ley, con base en preceptos religiosos.

A fin de situar este tema en la perspectiva adecuada, evitando las discusiones de carácter ético o religioso, es importante convencer al lector de que -dada una cierta lógica- resulta difícil discutir la aplicación de intereses en un préstamo de dinero. Obviamente, otro asunto es la cuantía o magnitud de tales intereses, a lo cual se hará referencia más adelante.

Supóngase que a usted se le enfrenta al problema de decidir entre dos alternativas mutuamente excluyentes (puede decidirse por sólo una de ellas o por ninguna):

- a) recibir hoy una donación de M\$ 10.000¹.
- b) recibir una donación de M\$ 10.000 dentro de 1 año.

No cabe prácticamente ninguna duda que usted preferiría la alternativa a). Si le preguntasen los motivos, lo más probable es que usted mencionaría a lo menos uno de los factores que se mencionan a continuación:

- la pérdida de poder adquisitivo («debido a la existencia de inflación, con M\$10.000 disponibles hoy puedo adquirir más bienes y servicios que con M\$ 10.000 dentro de 1 año»).
- el riesgo («más vale tener M\$ 10.000 seguros hoy, que tener una promesa de que recibiré M\$ 10.000 dentro de 1 año»).
- los usos alternativos del dinero («con M\$ 10.000 colocados a trabajar hoy, podría tener más de M\$ 10.000 dentro de 1 año»).

¹ En general se usarán las abreviaciones M\$ para miles de pesos y MM\$ para millones de pesos.

Alcanzado un cierto acuerdo sobre lo recientemente planteado, cabe preguntarse –entonces– por qué alguien prestaría M\$ 10.000 hoy a 1 año plazo y aceptaría que al vencimiento de ese plazo le devolviesen los mismos M\$ 10.000. Parece evidente que se trata del mismo problema anteriormente planteado, de tal forma que cualquiera que haya preferido la primera alternativa de ese problema, no podría ahora defender una postura contraria a la de cobro de intereses.

De esta manera, obviando el problema del riesgo que enfrenta el acreedor al prestar dinero, el cobro de intereses en las operaciones de crédito en dinero puede ser defendido desde dos perspectivas: la pérdida de poder adquisitivo del dinero a lo largo del plazo del préstamo (en una economía con inflación) y la existencia de los llamados «costos de oportunidad» en el uso del dinero.

El primero de estos factores resulta relativamente obvio, ya que el acreedor a lo menos debiera considerar que, una vez recuperado el dinero prestado, él pudiera adquirir un conjunto de bienes equivalente al que podía adquirir con la suma prestada en el momento del préstamo.

El segundo de los factores es más novedoso para las personas que recién se aproximan al tema, relacionándose con la existencia de alternativas rentables para el uso de una determinada cantidad de dinero².

Costo de oportunidad

Es la ganancia o rentabilidad de la mejor alternativa desechada o sacrificada al asignar un bien o recurso a un uso específico, existiendo usos alternativos rentables para ese mismo bien o recurso.

De acuerdo a ello, el concepto de «costo de oportunidad» es aplicable a cualquier bien o recurso con usos alternativos y la ganancia o rentabilidad no necesariamente se mide en términos monetarios. Así, por ejemplo, el alumno que se encuentra asistiendo a una sesión de cátedra podría determinar cuál es el costo de oportunidad en que incurre al utilizar su tiempo en esa actividad y tal costo podría estar medido en términos de una determinada «satisfacción» sacrificada.

No obstante, aquí interesan los costos de oportunidad en el uso de una cantidad de dinero, medidos en términos de la ganancia o rentabilidad monetaria sacrificada, al realizar una asignación determinada de esa cantidad de dinero.

Resulta evidente que si bien, en algunos períodos de bajísima o nula inflación, la pérdida de poder adquisitivo podría ser considerada no relevante, siempre existirán usos alternativos rentables para la suma de dinero prestada, de tal forma que el acreedor debiera considerar que el interés del préstamo fuera suficiente para -a lo

² Hablaremos en general de costo de oportunidad del dinero; no obstante, implícitamente se discute el costo de oportunidad de los recursos productivos que se pueden adquirir con ese dinero y, por lo tanto, sus alternativas de uso.

menos- compensar el costo de oportunidad en que incurrió al prestar el dinero.

Cabe hacer aquí una breve precisión respecto del caso de las instituciones financieras que prestan dinero, por cuanto para ellas existe un costo explícito de «captación» del dinero. Estas instituciones son intermediarias que captan dinero, pagando una renta por ello (interés de captación), con la finalidad de colocar o prestar ese dinero, cobrando a su vez una renta (interés de colocación). A fin de que la institución financiera obtenga una ganancia o «spread» en estas operaciones, es necesario que la renta de colocación supere a la suma de los costos de captación y de administración directa e indirecta de tales operaciones.

En definitiva, el cobro de intereses en las operaciones de crédito en dinero -en su acepción amplia- proviene fundamentalmente de la existencia de costos de oportunidad en el uso del dinero, los cuales conducen al llamado valor temporal del dinero. Se asigna mayor valor a \$ 1 disponible hoy que a \$ 1 disponible mañana, porque colocando hoy \$ 1 en una alternativa rentable es posible tener mañana más de \$ 1.

Este valor temporal del dinero conduce a la existencia de matemáticas especiales para cálculos crediticios, pues se debe reconocer que no siempre es pertinente sumar dos cantidades de dinero que se encuentran ubicadas en distintos momentos en el tiempo, o bien, no es posible saber si es más conveniente -por ejemplo- pagar dos cuotas semestrales de \$ 9.000 ó sólo una cuota anual de \$ 20.000 en un determinado crédito.

Ejemplo N°1

Usted cuenta con las siguientes tres únicas y mutuamente excluyentes alternativas para «invertir» \$ 250.000, a 1 mes plazo, todas ellas con el mismo nivel de riesgo.

- a) Realizar un depósito en un Banco Comercial, que ofrece pagarle a fin de mes un interés de \$ 2 por cada \$ 100 depositados.
- b) Colocar el dinero en una alternativa que reportará un interés de \$ 4.750, al final del mes.
- c) Colocar el dinero en una alternativa que reportará, al final del mes, un interés de \$ 0,25 por cada \$ 100 del depósito previamente reajustado por inflación.
 - 1.1) Determinar cuál sería la mejor alternativa, si se estimase una tasa de inflación mensual de 1,6% para el mes relevante.
 - 1.2) Determinar cuál sería la ganancia bruta³ (en \$), la tasa de rentabilidad bruta⁴ (sobre \$) de cada alternativa y el costo de oportunidad relevante (en \$ y

³ La ganancia o utilidad, la definiremos como la diferencia entre los ingresos totales y los gastos totales.

⁴ La tasa de rentabilidad, la definiremos como la razón entre la ganancia o utilidad y la inversión realizada, como una manera de medir el rendimiento de la inversión en términos relativos.

en tasa) al seleccionar cada una de las alternativas. Verificar la respuesta a 1.1).

- 1.3) Determinar a partir de cuál tasa de inflación (mínima o máxima) se entraría a modificar la respuesta de 1.1).

Desarrollo

- 1.1) Se calcula cuánto dinero se tendría al final del mes con cada una de las alternativas:

$$\begin{aligned} \text{a) } 250.000 + 250.000 (2/100) &= 250.000 + 250.000(0,02) \\ &= 250.000(1,02) \\ &= \$ 255.000 \end{aligned}$$

$$\text{b) } 250.000 + 4.750 = \$ 254.750$$

c) Primero se reajustan los \$ 250.000, de acuerdo a la tasa de inflación. Con esta operación, el deudor le devuelve al acreedor la pérdida de poder adquisitivo que sufrió durante el período.

$$\begin{aligned} 250.000 + 250.000 (0,016) &= 250.000(1,016) \\ &= \$ 254.000 \end{aligned}$$

Ahora se calculan los intereses sobre los \$ 254.000.

$$\begin{aligned} 254.000 + 254.000 (0,25/100) &= 254.000 + 254.000(0,0025) \\ &= 254.000 (1,0025) \\ &= \$ 254.635 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la mejor alternativa es la alternativa a).

- 1.2) Cifras en \$ (ganancias)

Alternativa	Ganancia Bruta	Costo Oportunidad	Ganancia Neta
a)	\$ 5.000	\$ 4.750	\$ 250
b)	\$ 4.750	\$ 5.000	-\$ 250
c)	\$ 4.635	\$ 5.000	-\$ 365

Cifras en tasa (rentabilidad)

Alternativa	Rentabilidad Bruta	Tasa de Costo Oportunidad	Rentabilidad Neta
a)	2,00%	1,90%	0,10%
b)	1,90%	2,00%	-0,10%
c)	1,85%	2,00%	-0,15%

Tasa Rentabilidad Bruta = $[\text{Ganancia Bruta}/250.000] (100)$

Por lo tanto, resulta evidente que la respuesta de 1.1) es correcta, por cuanto –dado que todas las alternativas tienen el mismo nivel de riesgo– el evaluador debe elegir aquella que le otorgue la mayor ganancia o rentabilidad neta positiva, lo que implica necesariamente restarle a la ganancia o rentabilidad bruta aquella ganancia o rentabilidad que igualmente se habría obtenido si se hubiera llevado a cabo la mejor alternativa deseada (costo de oportunidad o tasa de rentabilidad alternativa).

- 1.3) En este caso, todas las alternativas cubren la pérdida de poder adquisitivo del período (250.000) $(0,016) = \$ 4.000$, con ganancias brutas «después de inflación» de \$ 1.000 la alternativa a), \$ 750 la alternativa b) y \$ 635 la alternativa c), manteniéndose la primacía de la alternativa a). No obstante, la única alternativa que considera un reconocimiento explícito de la pérdida de poder adquisitivo es la alternativa c), de tal forma que a tasas de inflación mayores que 1,6% su ganancia bruta «antes de inflación» será gradualmente mayor que \$ 4.635, mientras las otras dos alternativas mantienen inalteradas sus ganancias brutas.

Por calcular, entonces, a qué tasa de inflación mensual δ , la ganancia bruta de la alternativa c) iguala a la de la alternativa a).

$$[250.000 + 250.000 (\delta)] (1,0025) = 255.000$$

$$\Leftrightarrow 250.000 (1 + \delta) (1,0025) = 255.000$$

$$\Rightarrow \delta = 0,017456 \sim 1,75\%$$

Esto significa que con una tasa de inflación mensual superior a 1,75%, la alternativa c) superaría a la alternativa a) y pasaría a ser la mejor alternativa.

1.3. CONCEPTOS BÁSICOS EN MATEMÁTICAS DEL CRÉDITO

Desde el momento en que el solicitante de un crédito recibe el dinero prestado, empieza a producirse o devengarse⁵ el interés del préstamo en forma continua, aun cuando el pago de tales intereses se realizará en forma discreta, de acuerdo a lo pactado (a intervalos regulares de tiempo, en un solo pago al vencimiento del crédito, etc.).

El interés (I) que se produce o devenga en un determinado lapso de tiempo, en un

⁵ Entenderemos por «devengado» a un compromiso financiero adquirido, independiente del momento en el cual se pague o registre. Por ejemplo, en el caso de un depósito bancario a interés, si los intereses se pagan trimestralmente, ello no implica que éstos se hayan producido en el último día del trimestre, ya que tales intereses se han producido o devengado en forma continua a lo largo del trimestre.

préstamo de dinero, depende fundamentalmente de los siguientes factores:

- El capital (C): la suma de dinero originalmente prestada o la parte de ella que aún resta por pagar (capital insoluto o impago). El capital insoluto o impago depende, a su vez, de la forma de pago.
- El tiempo (n): la extensión de tiempo para el cual se calcula el interés.
- La tasa de interés (i): el interés por unidad de tiempo, expresado como tanto por ciento o como tanto por uno del capital sobre el cual se produce o devenga.

Debe notarse aquí la diferencia entre «interés» (I) y «tasa de interés» (i), ya que el primero es la renta (una suma en unidades monetarias) y la segunda es el precio del arriendo, por unidad de tiempo, de cada unidad monetaria o de cada 100 unidades monetarias en préstamo. Por ejemplo, una tasa de interés de 60% anual significa que se devengan \$ 60 de interés al año por cada \$ 100 en préstamo, o bien, que se devengan \$ 0,60 de interés al año por cada \$ 1 en préstamo (esta última interpretación es la utilizada en los cálculos).

La relación existente entre cada uno de los tres factores anteriormente mencionados y el interés que se devenga es una relación directa, en el sentido de que –manteniendo constantes dos de tales factores– el interés varía en forma directa a la variación del otro factor. No obstante, tal relación directa no es necesariamente proporcional, lo que conduce a reconocer la existencia de otro elemento del cual depende el interés devengado en un crédito: la modalidad de interés.

Existen dos modalidades básicas de interés: el interés simple y el interés compuesto, los cuales difieren en la base sobre la cual se calculan los intereses devengados.

El interés simple consiste en aquella modalidad según la cual los intereses son calculados sólo sobre el capital insoluto o impago. Ello permite que exista una relación directa proporcional entre el interés devengado y cada uno de los factores anteriormente mencionados.

Por su parte, el interés compuesto consiste en aquella modalidad según la cual los intereses son calculados sobre el saldo insoluto o saldo de deuda, de acuerdo a cierto procedimiento que se explicará más adelante.

Saldo insoluto

El saldo insoluto de una deuda en un momento dado es el saldo de deuda vigente a ese momento, conformado por el capital insoluto (capital impago, capital no amortizado o capital «vivo») vigente y la totalidad de los intereses devengados y no pagados hasta ese momento, de acuerdo a la modalidad del crédito.

De esta manera, en el interés compuesto se devengan intereses sobre intereses, lo que no ocurre en el interés simple y provoca que la relación directa entre el interés devengado y los factores anteriormente mencionados no sea proporcional.

La existencia de estas dos modalidades de interés -aun cuando en nuestros días prima la de interés compuesto- obliga a distinguir muy claramente en un crédito los conceptos de capital insoluto (saldo de capital) y de saldo insoluto (saldo de deuda).

Ejemplo N° 2

Considérese el caso de dos ahorrantes que colocan dinero a interés en una misma institución financiera, en una misma fecha. De acuerdo a ello, cada una de estas personas «naturales» le está prestando dinero a una persona «jurídica» -la institución financiera- por lo que está en condiciones de recibir intereses de acuerdo a la modalidad del contrato respectivo.

La modalidad seleccionada por estos ahorrantes fue la de «depósito a 30 días plazo», según la cual la institución financiera se compromete -mediante un «certificado de depósito» o «pagaré»- a devolver al ahorrante el capital y los intereses respectivos al cabo de 30 días contados desde el momento del depósito.

El ahorrante A depositó \$ 180.000 y al cabo de los 30 días retiró los intereses y volvió a depositar sólo el capital por otros 30 días. El ahorrante B depositó \$ 180.000 y al cabo de los 30 días depositó por otros 30 días la totalidad del dinero retirado del primer depósito.

Durante los dos meses relevantes, la institución financiera mantuvo una tasa de interés de 1% mensual para esta modalidad de ahorro.

- 2.1) Calcular el capital insoluto de la deuda de la institución financiera con el ahorrante A y con el ahorrante B, al cabo de los primeros 15 días y al comienzo de la última semana del lapso relevante.
- 2.2) Calcular el saldo insoluto a favor del ahorrante A y a favor del ahorrante B, al final del primer mes y al final del segundo mes del lapso relevante.

Considérense meses de 30 días cada uno.

Desarrollo

2.1) Ahorrante A

El capital insoluto es de \$ 180.000 en todo momento dentro del lapso relevante, por cuanto tanto en los primeros 30 días como en los segundos 30 días, el capital depositado es de \$ 180.000.

Ahorrante B

Al cabo de los primeros 15 días y en cualquier momento dentro de los primeros 30 días, el capital insoluto es de \$ 180.000, por cuanto ése es el capital mantenido en depósito durante ese lapso.

Al comienzo de la última semana del lapso relevante y en cualquier momento dentro del último mes, el capital insoluto es de \$ 181.800, que corresponde

al capital depositado por el ahorrante al comienzo del segundo mes.

$$\begin{aligned} 180.000 + 180.000 (0,01) &= 180.000 + 1.800 \\ &= 181.800 \end{aligned}$$

Si bien dentro de los \$ 181.800 están contenidos \$ 1.800 de intereses del primer mes, para los efectos del segundo depósito la suma global es considerada el capital de la deuda que la institución financiera mantiene con el ahorrante.

2.2) Ahorrante A

$$\begin{aligned} \text{Al final del primer mes:} \quad 180.000 &+ 180.000 (0,01) \\ &= 180.000 (1,01) \\ &= \$ 181.800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Al final del segundo mes:} \quad 180.000 &+ 180.000 (0,01) \\ &= 180.000 (1,01) \\ &= \$ 181.800 \end{aligned}$$

En el conjunto de los dos meses, este ahorrante obtuvo \$ 3.600 de intereses, \$ 1.800 retirados al cabo del primer mes y \$ 1.800 retirados al cabo del segundo mes.

Ahorrante B

$$\begin{aligned} \text{Al final del primer mes:} \quad 180.000 &+ 180.000 (0,01) \\ &= 180.000 (1,01) \\ &= \$ 181.800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Al final del segundo mes:} \quad 181.800 &+ 181.800 (0,01) \\ &= 181.800 (1,01) \\ &= \$ 183.618 \end{aligned}$$

En el conjunto de los dos meses, este ahorrante obtuvo \$ 3.618 de intereses, retirados al cabo del segundo mes. Los \$ 18 de diferencia positiva respecto al ahorrante A corresponden a los intereses ganados sobre \$ 1.800 durante el segundo mes, a una tasa de interés de 1% mensual.

Con el procedimiento de incluir los intereses del primer mes en el capital depositado en el segundo mes, el ahorrante B logró realizar una operación a interés compuesto con su dinero durante esos dos meses.

Es importante anotar que -a diferencia del capital insoluto- el saldo insoluto que mantiene la institución financiera con cada uno de los ahorrantes va creciendo en forma continua a lo largo del lapso del depósito, alcanzando su nivel máximo al final de ese lapso. Ello, debido a que los intereses se van devengando en forma continua y acumulándose sobre el capital del depósito para conformar el saldo.

En consecuencia, a este nivel de la presentación, el interés devengado depende del capital insoluto, del tiempo, de la tasa de interés y de la modalidad de interés. Posteriormente, al tratar el tema de las amortizaciones de créditos, se verificará que además de tales factores, el interés acumulado también depende de la modalidad de pago del crédito.

Al finalizar esta Introducción, cabe realizar algunas precisiones, a fin de no confundir al lector en las próximas páginas:

- La modalidad de interés compuesto es la más usada en la práctica crediticia, debido a que reconoce que los intereses devengados y no pagados de un período tienen un costo de oportunidad para el acreedor en los siguientes períodos. Por otra parte, en la evaluación de proyectos de inversión, se considera que el capital invertido en el proyecto genera –año tras año– una rentabilidad compuesta, si los beneficios son reinvertidos en el mismo proyecto, o bien, que el inversionista tiene siempre la posibilidad de colocar su dinero en otras alternativas que generan un interés compuesto.

No obstante, resulta difícil alcanzar un acabado conocimiento del interés compuesto, sin estudiar previamente el interés simple. Ello debido a que –como se verá más adelante– el interés compuesto se genera a partir del interés simple.

- Para efectos tributarios, se considera interés sólo al interés que se devenga sobre el capital ya reajustado por inflación, distinguiéndose entonces entre reajuste e interés. En nuestro caso, no se hará tal distinción, entendiéndose que el interés que se devenga sobre el capital no reajustado por inflación es el interés nominal y que aquel que se devenga sobre el capital reajustado por inflación es el interés real. No será necesario mencionar la condición de la tasa de interés, en la medida que se tenga claro –por ejemplo– que una tasa de interés en un crédito que se otorga y calcula en \$ es una tasa nominal y que una tasa de interés en un crédito que se otorga en \$, pero se calcula en unidades reajustables⁶, es una tasa real.
- En el cobro de intereses de un período, la práctica común es que se cobren los intereses al final del período en que se ha usado el capital, lo que se denomina interés vencido. Una práctica menos común –ligada, en general, a una operación financiera llamada «descuento de documentos»– implica el cobro de los intereses de un período, al comienzo del respectivo período, recibiendo la denominación de interés anticipado.

En este texto, la mayor parte del tratamiento de las matemáticas del crédito se realiza en el contexto del interés vencido. El interés anticipado es tratado

⁶ En Chile, la Unidad de Fomento (UF), la Unidad Reajutable (UR), el Índice de Valor Promedio (IVP) y otras.

sólo en el capítulo 8, tanto en forma independiente como en relación con el interés vencido.

- En este capítulo, se ha obviado el problema del distinto riesgo asociado a distintas alternativas. En lo que resta del texto, se asumirá que todas las alternativas bajo análisis tienen el mismo nivel de riesgo, a fin de enfocar la atención en los aspectos fundamentales de las matemáticas del crédito.

