

# Introducción al Procesamiento Digital de Señales

Juan Vignolo Barchiesi



EDICIONES UNIVERSITARIAS DE VALPARAÍSO  
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso



*Dedico este libro a  
Marcela y a Marianna.*

Agradezco a mis colegas  
Edmundo López Estay y  
Enrique Piraino Davidson  
por su estímulo y apoyo,  
sin los cuales este trabajo  
no se habría concretado.

ISBN 978-956-17-0426-8

© Juan Vignolo Barchiesi, 2008  
Inscripción N° 173.752  
Derechos Reservados

Tirada: 400 ejemplares

Ediciones Universitarias de Valparaíso  
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Casilla 1415  
Teléfono: 2273087 - Fax: 2273439  
Valparaíso - Chile  
Diseño Gráfico: Guido Olivares S.  
Asistente de Diseño: Mauricio Guerra P.  
Asistente de Diagramación: Alejandra Larraín R.  
Corrección de Pruebas: Osvaldo Oliva P.  
Impreso en Litografía Garín

HECHO EN CHILE

## Índice

<b>PREFACIO .....</b>	<b>13</b>
<b>GLOSARIO .....</b>	<b>17</b>
<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>19</b>
1.1 Significado de "Procesamiento Digital de Señales" .....	19
1.2 Comparación entre DSP Y ASP .....	22
1.3 Historia de DSP.....	23
1.4 Aplicaciones de DSP .....	25
<b>CAPÍTULO 2: SEÑALES EN TIEMPO DISCRETO .....</b>	<b>27</b>
2.1 Introducción .....	27
2.2 Clasificación de secuencias .....	28
2.2.1 <i>Secuencias unidimensionales y multidimensionales</i> .....	28
2.2.2 <i>Secuencias pares e impares</i> .....	28
2.2.3 <i>Secuencias periódicas y aperiódicas</i> .....	28
2.2.4 <i>Secuencias determinísticas y aleatorias</i> .....	29
2.2.5 <i>Secuencias de energía y secuencias de potencia</i> .....	29
2.2.6 <i>Secuencias reales y complejas</i> .....	31
2.3 Secuencias comunes.....	33
2.3.1 <i>Secuencias exponenciales reales</i> .....	33
2.3.2 <i>Secuencias sinusoidales</i> .....	34
2.3.3 <i>Secuencia impulso</i> .....	36
2.3.4 <i>Secuencia escalón</i> .....	36
2.3.5 <i>Secuencias aleatorias</i> .....	37
<b>CAPÍTULO 3: SISTEMAS EN TIEMPO DISCRETO .....</b>	<b>43</b>
3.1 Introducción .....	43
3.2 Clasificación de un sistema .....	44

3.2.1	<i>Linealidad</i> .....	44
3.2.2	<i>Invariancia</i> .....	45
3.2.3	<i>Estabilidad</i> .....	45
3.2.4	<i>Causalidad</i> .....	49
3.3	Ecuaciones de Diferencia.....	50
3.4	Convolución Discreta.....	52
3.4.1	<i>Introducción</i> .....	52
3.4.2	<i>Deducción de la fórmula de la convolución discreta</i> .....	52
3.4.3	<i>Propiedades</i> .....	53
3.4.4	<i>Método gráfico para calcular la convolución</i> .....	54
3.4.5	<i>Justificación de la convolución</i> .....	56
<b>CAPÍTULO 4: SECUENCIAS Y SISTEMAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.....</b>		<b>59</b>
4.1	Introducción.....	59
4.2	Transformada Discreta en el Tiempo de Fourier (DTFT).....	59
4.2.1	<i>Definición y Justificación</i> .....	59
4.2.2	<i>Observaciones</i> .....	62
4.2.3	<i>Transformada Inversa (IDTFT)</i> .....	63
4.2.4	<i>Propiedades de la DTFT</i> .....	63
4.2.5	<i>Ejemplos</i> .....	64
4.2.6	<i>Cálculo de la DTFT en un computador</i> .....	67
4.3	Respuesta de frecuencia de un sistema LI en tiempo discreto.....	68
4.3.1	<i>Introducción</i> .....	68
4.3.2	<i>Respuesta de frecuencia en función de la respuesta impulso</i> .....	69
4.3.3	<i>Respuesta de frecuencia en función de la ecuación de diferencia</i> .....	72
4.4	Relación Ancho de Banda - Tiempo de Respuesta.....	74
4.4.1	<i>Relación Duración - Ancho de Banda de una señal</i> .....	74
4.4.2	<i>Implicaciones en filtros</i> .....	77
4.4.3	<i>Implicaciones en análisis espectral</i> .....	78
<b>CAPÍTULO 5: MUESTREO DE SEÑALES ANÁLOGAS.....</b>		<b>81</b>
5.1	Introducción.....	81
5.2	Muestreo y <i>aliasing</i> .....	81
5.2.1	<i>Introducción</i> .....	81
5.2.2	<i>Visualización del aliasing en el dominio del tiempo</i> .....	82
5.2.3	<i>Visualización del aliasing en el dominio de la frecuencia</i> .....	84
5.2.4	<i>Ejemplo de aliasing</i> .....	85
5.3	Relación entre frecuencia análoga y frecuencia digital.....	85
5.4	Filtro <i>antialias</i> .....	86
5.5	Simplificación del filtro <i>antialias</i> .....	88

5.5.1 <i>Muestreo admitiendo aliasing</i> .....	88
5.5.2 <i>Sobremuestreo</i> .....	89
5.6 Simplificación del filtro reconstructor .....	90
5.7 Ruido de Cuantización .....	92
<b>CAPÍTULO 6: TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER</b> .....	<b>95</b>
6.1 Definición y fundamentación .....	95
6.2 Transformada inversa .....	98
6.3 Ejemplo de programación y aplicación de la DFT .....	98
6.4 Periodicidad de la secuencia y de su espectro .....	100
6.5 Convolución por medio de la DFT .....	101
6.5.1. <i>Introducción</i> .....	102
6.5.2. <i>Desplazamiento circular</i> .....	102
6.5.3. <i>Convolución circular</i> .....	102
6.5.4. <i>Equivalencia en el dominio de la frecuencia</i> .....	102
6.5.5. <i>Convolución a través del dominio de la frecuencia</i> .....	103
6.5.6. <i>Convolución lineal por medio de la convolución circular</i> .....	103
6.5.7. <i>Resumen y ejemplo de tiempos de cálculo</i> .....	104
<b>CAPÍTULO 7: TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER</b> .....	<b>107</b>
7.1 Introducción .....	107
7.2 Redundancia en la DFT .....	108
7.3 Algoritmo por descomposición en el tiempo .....	110
7.3.1 <i>Base del algoritmo</i> .....	110
7.3.2 <i>Desarrollo del algoritmo</i> .....	111
7.3.3 <i>Número de multiplicaciones complejas requeridas</i> .....	113
7.3.4 <i>Observaciones</i> .....	113
7.3.5 <i>Tiempo de cálculo</i> .....	114
7.4 Variantes y adaptaciones del algoritmo anterior .....	115
<b>CAPÍTULO 8: ANÁLISIS ESPECTRAL</b> .....	<b>117</b>
8.1 Introducción .....	117
8.2. Señales periódicas coincidentes con la ventana de muestreo .....	119
8.3. Señales periódicas no coincidentes con la ventana de muestreo .....	122
8.3.1. <i>Contenido espurio en el espectro y uso de ventanas</i> .....	122
8.3.2. <i>Error provocado por la componente continua</i> .....	131
8.3.3. <i>Error en la magnitud de las componentes no coincidentes</i> .....	132
8.3.4. <i>Ancho de Banda y Resolución del Análisis Espectral</i> .....	133
8.3.5. <i>Aumento de la longitud de la secuencia agregando ceros</i> .....	135
8.3.6. <i>Aplicación a una señal real</i> .....	138

8.4. Señales aleatorias estacionarias.....	140
8.4.1. <i>Introducción.</i> .....	140
8.4.2. <i>Densidad Espectral de Potencia.</i> .....	141
8.4.3. <i>Periodograma</i> .....	144
8.4.4. <i>Independencia de las muestras.</i> .....	148
8.4.5. <i>Viabilidad de la promediación.</i> .....	148
8.4.6. <i>Factor de escala de la fórmula del periodograma</i> .....	149
8.4.7. <i>Periodograma modificado</i> .....	149
8.4.8. <i>Promediación con traslapo.</i> .....	150
8.4.9. <i>Método de Welch.</i> .....	151
8.4.10. <i>Tamaño del segmento.</i> .....	151
8.4.11. <i>Implementación en MATLAB.</i> .....	151
8.5. Señales aleatorias no estacionarias.....	155
8.5.1. <i>STFT</i> .....	155
8.5.2. <i>Representación gráfica de la STFT.</i> .....	156
8.5.3. <i>Implementación en MATLAB</i> .....	157
8.5.4. <i>Resolución espectral y temporal.</i> .....	158
8.5.5. <i>Otros métodos</i> .....	160
<b>CAPÍTULO 9: DISEÑO DE FILTROS FIR .....</b>	<b>161</b>
9.1. <i>Introducción</i> .....	161
9.2. <i>Promedio móvil</i> .....	162
9.3. <i>Relación lineal entre fase y frecuencia</i> .....	165
9.4. <i>Requisito para fase lineal</i> .....	167
9.5. <i>Método de la Ventana</i> .....	169
9.6. <i>Método de Muestreo en Frecuencia.</i> .....	176
9.7. <i>Método Optimo.</i> .....	181
9.8. <i>Comparación entre los métodos de diseño anteriores</i> .....	185
<b>CAPÍTULO 10: DISEÑO DE FILTROS IIR.....</b>	<b>187</b>
10.1 <i>Introducción.</i> .....	187
10.2 <i>Diseño de filtros IIR de primer orden.</i> .....	189
10.2.1 <i>Filtro pasabajos</i> .....	189
10.2.2 <i>Filtro pasaaltos.</i> .....	191
10.3. <i>La Transformada Z</i> .....	192
10.3.1 <i>Definición.</i> .....	192
10.3.2 <i>Existencia.</i> .....	193
10.3.3 <i>Funciones Racionales de z, ceros y polos.</i> .....	193
10.3.4 <i>Desplazamiento de una secuencia.</i> .....	194
10.3.5 <i>Función de transferencia</i> .....	196



10.3.6 Principio de funcionamiento de la TZ .....	196
10.4 La Transformación Bilineal.....	197
10.4.1 Introducción.....	200
10.4.2 Deducción y validación de la Transformación Bilineal .....	200
10.5 Diseño de filtros análogos tipo Butterworth .....	202
10.6 Ejemplo de diseño de filtro IIR pasabajos tipo Butterworth.....	203
10.6.1 Especificaciones del filtro digital.....	205
10.6.2 Transición a especificaciones de un filtro análogo.....	205
10.6.3 Diseño del filtro análogo.....	205
10.6.4 Transformación de $H_o(s)$ a $H(z)$ usando la TB.....	206
10.6.5 Verificación del cumplimiento de las especificaciones.....	207
10.6.6 Ecuación de diferencia del filtro digital .....	208
10.7 Diseño automatizado de filtros IIR.....	208
10.8 Comparación entre filtros FIR y filtros IIR .....	212
10.8.1 Eficiencia .....	212
10.8.2 Estabilidad .....	213
10.8.3 Sensibilidad a la cuantización de los coeficientes .....	213
10.8.4 Distorsión de la forma de onda .....	214
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>219</b>
<b>APÉNDICE 1: PROGRAMAS Y ARCHIVOS.....</b>	<b>221</b>
<b>ÍNDICE ALFABÉTICO .....</b>	<b>223</b>



## Prefacio

El área de la Ingeniería Electrónica denominada “Procesamiento Digital de Señales” (DSP) se concentra en el análisis y en el procesamiento de señales representadas en forma digital, es decir, discretizadas en el tiempo y en la amplitud.

DSP se ha desarrollado en forma sostenida durante los últimos 40 años, desde que la disponibilidad de computadores hizo posible la aplicación práctica de algoritmos que previamente sólo habían podido ser evaluados en forma manual.

Los continuos avances en las tecnologías de integración de circuitos electrónicos han permitido reemplazar en forma paulatina los circuitos análogos por circuitos digitales que ocupan un menor volumen, y que están libres de los problemas de tolerancia de los componentes, calibración, y deriva térmica que afectan a los primeros.

El procesamiento digital requiere de 2 componentes básicos: un algoritmo y una máquina calculadora.

Este libro contiene una introducción a la teoría y a los algoritmos clásicos de DSP, en las áreas de análisis espectral y de diseño e implementación de filtros digitales. No cubre el funcionamiento de las máquinas o de los procesadores DSP, pero contiene ejemplos y aplicaciones en el lenguaje MATLAB, desarrollado por la empresa The MathWorks. La mayoría de los programas incluye comentarios, para facilitar su comprensión y su adaptación a los requerimientos del lector. Los archivos de los programas están disponibles en Internet, tal como se detalla en el Apéndice 1.

Algunas de las funciones realizadas por los programas incluidos en el libro son:

- Estimación del espectro de frecuencia de una señal periódica, correspondiente a la corriente de línea en una carga no lineal (Sección 8.3.6).
- Estimación del espectro de potencia de una señal aleatoria estacionaria sumada con sinusoides, y detección de sinusoides inmersas en ruido (ejemplo 8.16).
- Estimación y representación del espectro de potencia de una señal aleatoria no estacionaria, proveniente del eco de radar de un trasbordador espacial (ejemplo 8.17).
- Diseño de un filtro digital FIR pasabajos casi ideal mediante el método de la ventana (ejemplo 9.5).

- Diseño de filtros digitales FIR pasabajos y multibanda mediante el método óptimo (ejemplos 9.7 y 9.8).
- Diseño de filtros digitales IIR pasabajos y pasabanda mediante la transformación bilineal (ejemplos 10.7 y 10.8).
- Reducción del ruido de línea en un electrocardiograma mediante un filtro FIR y un filtro IIR, y comparación de los resultados (ejemplo 10.9).

Debe tenerse presente que los ejemplos desarrollados en MATLAB no son simulaciones, tal como ocurre cuando un sistema análogo es simulado en un computador digital. Dado que los computadores digitales operan en tiempo discreto, los resultados obtenidos son los mismos que se obtendrían en procesamientos reales. De hecho, en muchos casos, el procesamiento digital real se realiza en MATLAB.

Es conveniente (aunque no imprescindible) que el lector tenga conocimientos básicos de análisis de señales y de sistemas análogos, incluyendo operaciones tales como la convolución continua, la Transformada de Fourier y la Transformada de Laplace.

Existe un gran número de libros que cubren tópicos de DSP. Sin embargo, muchos de estos libros están escritos en inglés, lo que dificulta su comprensión por parte de nuestros estudiantes. Otros libros han sido traducidos al español en un 100%, privilegiando la pureza del idioma por sobre el aprendizaje de los términos utilizados frecuentemente en la mayoría de las referencias, las cuales están escritas en inglés. Como consecuencia de esta metodología, no ayuda al alumno a conocer la terminología empleada mayoritariamente en la literatura original de DSP. En este libro se incluyen algunas palabras y expresiones en inglés, para familiarizar al lector con la terminología común de DSP.

Algunos libros de DSP cubren un gran número de tópicos en forma exhaustiva, pero con pocas explicaciones. Aparentemente el autor supone que no se requieren más explicaciones, probablemente porque los tópicos le resultan obvios. Por ejemplo, cuando describe una operación matemática tal como la convolución o una transformada, presenta la definición, una lista de propiedades, y varios ejemplos, pero no explica cómo o por qué funciona la operación descrita.

Como resultado de lo anterior, los alumnos generalmente aprenden la mecánica de las operaciones matemáticas utilizadas en DSP, pero no aprehenden su esencia, y no se sienten cómodos con ellas. Sabido es que la memoria humana tiende a olvidar lo que no entiende, y por lo tanto, se olvidan fácilmente los procedimientos mecánicos que no se ejercitan frecuentemente. Sin embargo, los conceptos que han sido incorporados a la mente no se olvidan tan fácilmente.

En este libro introductorio no se cubren los tópicos en forma tan amplia como en la mayoría de los textos de DSP, pero se intenta explicar cómo funcionan algunas de las operaciones usadas comúnmente en DSP. Algunos de los tópicos explicados e ilustrados con cierto detalle son:

- Significado de las señales complejas (Sección 2.2.6).
- Importancia de las frecuencias negativas en señales reales (sección 2.3.2) y en señales complejas (ejemplo 4.7).
- Significado de “no causalidad”, y ejemplos de sistemas reales no causales (Sección 3.2.4).
- Justificación conceptual de la fórmula de la convolución discreta (Sección 3.4.5).
- Principio de funcionamiento de la Transformada Discreta en el Tiempo de Fourier, o DTFT (Sección 4.2.1).
- Implicaciones del Principio de Incertidumbre en Análisis Espectral (Sección 4.4.3 y ejemplo 8.18).
- Principio de funcionamiento de la Transformada Discreta de Fourier, o DFT (sección 6.1) y equivalencia de la DFT con un banco de filtros pasabanda (Sección 8.3.3).
- Análisis de un filtro digital FIR pasabajos de bajo orden y equivalencia del filtro con un promedio móvil (Sección 9.2).
- Análisis de un filtro digital IIR pasabajos de primer orden y equivalencia del filtro con la promediación con decaimiento exponencial (Sección 10.2.1).
- Principio de funcionamiento de la Transformada Z (Sección 10.3.6).
- Distorsión generada por un filtro digital IIR, ilustrada por medio de las anomalías introducidas en la forma de onda de un electrocardiograma (ejemplo 10.9).

Una de las diferencias entre este libro y algunos libros de DSP está en la forma en la cual se presenta la Transformada Z (TZ). Esta operación matemática aparece generalmente en el segundo o tercer capítulo de algunos libros, antes de tópicos tales como análisis espectral, o diseño de filtros digitales. De esta forma, puede quedar la impresión de que la TZ es una herramienta esencial para comprender casi cualquier tópico de DSP. Sin embargo, no es así; muchos procedimientos empleados en DSP se pueden explicar recurriendo solamente a combinaciones de multiplicaciones y sumas.

En este libro se presenta el tópico del análisis espectral clásico para señales periódicas y aleatorias, el cálculo de la respuesta de frecuencia de los filtros digitales FIR e IIR, la metodología para filtrar con ellos, el diseño de los filtros FIR, y el diseño de los filtros IIR de primer orden, sin utilizar la TZ, la cual sólo es descrita en el último capítulo, para poder explicar uno de los métodos de diseño de filtros IIR de orden mayor que 1.

Por último, en algunos libros de DSP se encuentran ocasionalmente expresiones frustrantes tales como “*resulta evidente que*”, “*se desprende directamente de*”, “*es obvio que*”, a pesar de que para muchos estudiantes no resulta necesariamente así. El lector puede estar seguro de que en este libro no encontrará ninguna de dichas expresiones.

**Juan Vignolo Barchiesi**

Enero de 2008



## Glosario

- [c/m]: [ciclos/muestra], unidad de medida de frecuencia digital.
- [m/c]: [muestras/ciclo], número de muestras en cada ciclo de una secuencia periódica.
- [rad/m]: [radianes/muestra], unidad de medida de frecuencia digital.
- A/D: Análogo - Digital, generalmente en relación a conversores A/D.
- ASP: Procesamiento Análogo de Señales (*Analog Signal Processing*).
- D/A: Digital - Análogo, generalmente en relación a conversores D/A.
- DSP: Procesamiento Digital de Señales (*Digital Signal Processing*).
- DFT: Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*).
- DTFT: Transformada Discreta en el Tiempo de Fourier (*Discrete Time Fourier Transform*).
- FFT: Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*).
- FIR: Respuesta Impulso Finita (*Finite Impulse Response*) (tipo de filtro digital).
- Flops: operaciones de punto flotante por segundo (*Floating Operations Per Second*). Medida de la velocidad de cálculo de un procesador o computador.
- IDTFT: Transformada Discreta Inversa en el Tiempo de Fourier (*Inverse Discrete Time Fourier Transform*).
- IFFT: Transformada Rápida de Fourier Inversa (*Inverse Fast Fourier Transform*).
- IIR: Respuesta Impulso Infinita (*Infinite Impulse Response*) (tipo de filtro digital).
- LI: Lineal Invariante (propiedad de un sistema).
- PSD: Densidad Espectral de Potencia (*Power Spectral Density*).
- ROC: Región de Convergencia (*Region of Convergence*).
- STFT: Transformada de Fourier de segmentos de corta duración (*Short Time Fourier Transform*).
- TL: Transformada de Laplace.
- TZ: Transformada Z.





## Capítulo 1: Introducción

### 1

### 1.1. Significado de “Procesamiento Digital de Señales”

Las **señales eléctricas** son tensiones o corrientes que contienen información. Además de las señales eléctricas existen otras, de naturaleza magnética, hidráulica, neumática, luminosa, etc.

Las señales pueden ser generadas en forma natural o artificial. Algunos ejemplos de señales naturales son la radiación electromagnética de una estrella, la altura de la marea y la velocidad del viento. Algunos ejemplos de señales artificiales son la emisión de un canal de TV, las ondas emitidas y recibidas por radares, teléfonos celulares, sonares, etc.

Las señales se representan matemáticamente como funciones de una o más variables independientes. La variable independiente más común es el tiempo, y algunas señales que dependen de él son, por ejemplo, la voz, una onda de radio, un electrocardiograma, etc. Otras señales, tales como las imágenes, son funciones de 2 variables independientes, ya que contienen información de brillo o de colorido en función de las coordenadas X e Y de un plano.

**Procesamiento de Señales** es un área de la Ingeniería Electrónica que se concentra en la representación, transformación y manipulación de señales, y de la información que ellas contienen.

El primer tipo de procesamiento electrónico que se desarrolló y se aplicó extensivamente fue el **procesamiento análogo**, el cual se lleva a cabo mediante circuitos compuestos por resistores, capacitores, inductores, amplificadores operacionales, etc.

**Procesamiento de Señales en Tiempo Discreto** (*Discrete-Time Signal Processing*) se refiere al procesamiento de señales discretas en el tiempo o en el espacio. Esto implica que sólo se conoce el valor de la señal en instantes o en puntos específicos. Sin embargo, la amplitud de la señal es continua, es decir, puede tomar infinitos valores diferentes.

**Procesamiento Digital de Señales** (*Digital Signal Processing* o **DSP**) añade a la característica anterior la de manejar la amplitud en forma discreta, la cual es una condición necesaria para que la señal pueda ser procesada en un computador digital. La amplitud de la señal sólo puede tener un número finito de valores diferentes.

En el ejemplo 1.1 se ilustra la diferencia entre los distintos tipos de procesamiento.

**Ejemplo 1.1:** en la Figura 1.1 se muestra un filtro pasabajos implementado con 3 tecnologías diferentes, que procesan la señal en las 3 formas descritas anteriormente.

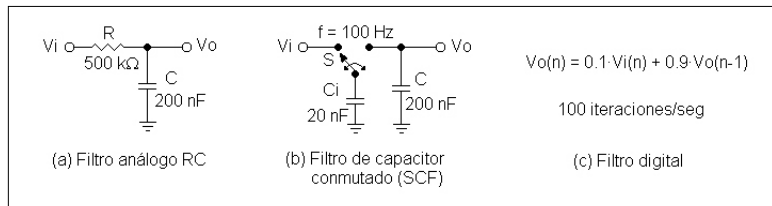


Figura 1.1. Filtro pasabajos analógico (a), en tiempo discreto (b) y digital (c).

Para describir el funcionamiento de los 3 filtros se supondrá que todos los voltajes son cero hasta el instante inicial, momento en el cual se aplica una tensión de 1 V en la entrada ( $V_i$ ). Esto se conoce como la "respuesta escalón" del filtro.

- (a) **Filtro analógico RC:** la tensión de entrada hace fluir una corriente a través del resistor  $R$ , cargando al capacitor  $C$ . A medida que  $V_o$  aumenta, disminuye la diferencia de potencial en  $R$ , disminuyendo la corriente y la velocidad de crecimiento de  $V_o$ , el cual se aproxima asintóticamente a 1 V, siguiendo una curva exponencial creciente.
- (b) **Filtro de capacitor conmutado (SCF):** cuando el conmutador  $S$  se encuentra en la posición izquierda, el capacitor  $C_i$  se carga con  $V_i$ ; cuando  $S$  conmuta a la posición derecha,  $C_i$  transfiere parte de su carga a  $C$ , elevando el voltaje de este último. Como  $C_i$  es bastante menor que  $C$ , cada conmutación de  $S$  eleva  $V_o$  en un peldaño de pequeña magnitud. Además, a medida que  $V_o$  aumenta, la transferencia de carga desde  $C_i$  a  $C$  es cada vez menor, haciendo que  $V_o$  se asemeje a una escalera, con una velocidad de elevación decreciente.
- (c) **Filtro digital:** está constituido por una fórmula y una máquina calculadora. La fórmula dice: *la salida actual se obtiene sumando un 10% de la entrada actual con un 90% de la salida anterior*. Por lo tanto, la primera salida será 0.1 V, la segunda será  $0.1 \cdot 1 + 0.9 \cdot 0.1 = 0.19 \text{ V}$ , etc. En este ejemplo la máquina recalcula la fórmula 100 veces por segundo.

Las salidas de los 3 filtros están graficadas en la Figura 1.2.

Se aprecia que las respuestas son virtualmente idénticas.

El circuito (a) es un filtro analógico. Las señales están definidas para todo instante de tiempo, y pueden tomar infinitos valores diferentes.

El circuito (b) discretiza la señal en el tiempo, pero no en la amplitud, ya que el voltaje en el capacitor  $C$  puede tomar infinitos valores diferentes, dependiendo de la entrada aplicada.

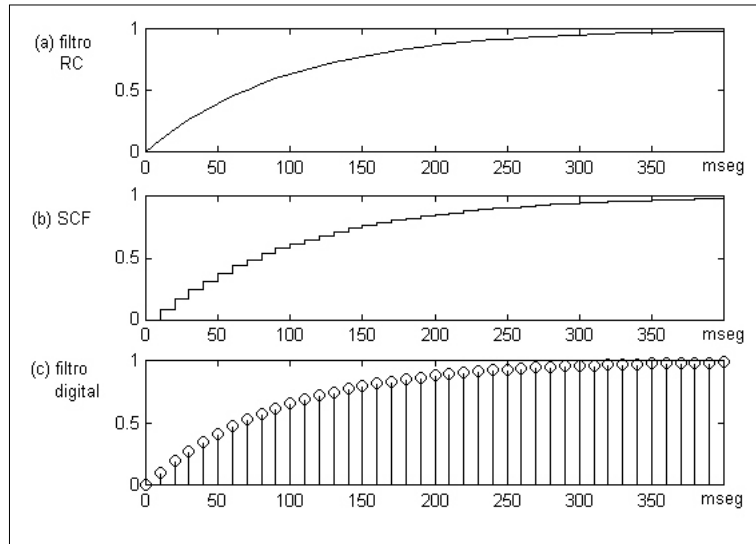


Figura 1.2. Respuesta escalón de los 3 filtros anteriores.

La ecuación del filtro (c) se ejecuta en un computador digital, por lo que existe discretización en el tiempo y en la amplitud.

La **discretización en el tiempo** es la diferencia más importante entre el procesamiento digital y el procesamiento análogo. La discretización en el tiempo modifica las fórmulas de las transformadas, convolución, correlación, etc., e introduce un posible problema que no existe en el mundo análogo, denominado *aliasing*, el cual se origina cuando la tasa de muestreo es insuficiente, generando una pérdida irre recuperable de la información contenida en la señal.

La **discretización en la amplitud** puede ser casi imperceptible, como cuando se efectúan los cálculos en punto flotante con doble precisión (alrededor de 15 decimales) en un lenguaje de programación de alto nivel, o notoria, si se cuantiza la señal con pocos *bit*. La discretización en la amplitud puede provocar algunos efectos indeseados, tales como:

- Si proviene de la conversión A/D de la señal, es equivalente a sumarle un cierto tipo de ruido, el cual se denomina "ruido de cuantización".
- Si afecta a los cálculos, y es significativa, puede producir errores importantes, e incluso inestabilidad en algunos sistemas.

Como se había mencionado anteriormente, el filtro digital del ejemplo 1.1 está constituido por una fórmula y por una máquina calculadora. Si se modifica la fórmula, cambia la respuesta del filtro, pero si se reemplaza la máquina calculadora, la respuesta se mantiene (siempre que la máquina no introduzca errores significativos, y que sea capaz de realizar los cálculos en el tiempo disponible).

Por lo tanto, el elemento más importante del filtro digital es la fórmula, no la máquina usada para resolverla, la cual puede ser un microprocesador de propósito general, un procesador DSP especializado, un computador personal, o incluso el cerebro humano, si el proceso es suficientemente lento.

En este libro se presentan los fundamentos del procesamiento digital de las señales, independientemente del dispositivo que se utilice para implementarlas. Para ensayar las técnicas descritas se usa MATLAB \*, un lenguaje de programación de alto nivel que permite al usuario concentrarse en los algoritmos, aislándolo de los detalles relacionados con el *hardware* y con el sistema operativo.

MATLAB (abreviación de *matrix laboratory*) puede efectuar una gran variedad de operaciones matemáticas con vectores y matrices, dibujar gráficos sofisticados, y ejecutar un sinnúmero de algoritmos de DSP con un mínimo de instrucciones. El lenguaje puede ser ampliado mediante *toolboxes* (conjuntos de instrucciones) adicionales. Algunos ejemplos incluidos en este libro requieren funciones contenidas en el *Signal Processing Toolbox*.

En el Apéndice 1 se indica cómo obtener los archivos correspondientes a los ejemplos.

## 1.2. Comparación entre DSP Y ASP

El Procesamiento Análogo de Señales (ASP) es generalmente más simple que el procesamiento digital, el cual requiere típicamente de un filtro análogo *antialiasing*, un conversor A/D, un procesador DSP, un conversor D/A y un filtro análogo para suavizar la salida.

Sin embargo, el procesamiento análogo es incapaz de realizar muchas funciones que el procesamiento digital sí puede realizar (ver Sección 1.4).

Algunas de las ventajas del procesamiento digital con respecto al análogo son:

- El envejecimiento de los componentes y las derivas térmicas no afectan al resultado del proceso.
- Todos los dispositivos fabricados se comportan en forma idéntica, ya que la tolerancia de los componentes no influye en el procesamiento.
- Se puede reconfigurar un dispositivo modificando los valores de algunos coeficientes; no es necesario ajustar potenciómetros, o reemplazar componentes.
- El procesamiento análogo de señales de muy baja frecuencia se dificulta debido al requerimiento de capacitores de gran capacidad y muy baja corriente de fuga. En el caso del procesamiento digital no existen limitaciones; se pueden procesar señales con períodos de horas (tales como las mareas) e incluso de años (manchas solares).
- El procesamiento digital es capaz de realizar tareas muy complejas (ver Sección 1.4).

---

\* The MathWorks, Inc., [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)

Algunas de las desventajas del procesamiento digital con respecto al análogo son:

- Mayor limitación en frecuencias altas, ya que normalmente se requieren conversores A/D capaces de tomar muestras a una tasa varias veces mayor que la de la frecuencia de la señal análoga, y procesadores capaces de efectuar muchas operaciones por cada muestra recibida. Por ejemplo, un filtro digital FIR con una respuesta impulso de 1000 coeficientes, operando a una tasa de  $10 \cdot 10^6$  muestras por segundo, requeriría un procesador capaz de efectuar al menos  $10 \cdot 10^9$  multiplicaciones y sumas por segundo.
- El diseño es generalmente más complejo, ya que incluye aspectos de *hardware* y de *software*.
- El rango dinámico en la amplitud (razón entre la señal más grande y la más pequeña que pueden ser procesadas) es más limitado, debido a la discretización en la amplitud. Sin embargo, la disponibilidad actual de conversores A/D de alta resolución (18 a 24 bits) y de procesadores capaces de efectuar cálculos en punto flotante con un gran número de decimales, puede eliminar esta desventaja en muchos casos.
- El rango dinámico en la frecuencia también es más limitado. Por ejemplo, un filtro análogo sencillo podría procesar simultáneamente componentes de 1 Hz y de 1 MHz, a pesar de que las 2 frecuencias están separadas por 6 órdenes de magnitud. Para realizar la misma tarea con un filtro digital, sería necesario procesar un gran número de muestras, ya que se debería discretizar la señal a una tasa mínima de  $2 \cdot 10^6$  muestras por segundo, por lo que se necesitarían  $2 \cdot 10^6$  muestras para representar sólo 1 ciclo de la componente de 1 Hz.

### 1.3. Historia de DSP

Dado que el procesamiento digital de una señal sólo requiere efectuar ciertos cálculos a partir de los datos disponibles, y que en muchas ocasiones dichos cálculos pueden ser efectuados en forma manual, se puede afirmar que DSP se practicó durante varios siglos, mucho antes de la aparición de los computadores, en situaciones tales como el análisis y la predicción del movimiento de cuerpos celestes, o en el análisis y la predicción de las mareas.

Uno de los primeros avances formales en DSP fue el artículo "*Certain topics in Telegraph Transmission Theory*", publicado por Harry Nyquist en 1928, en el cual se presentó el efecto producido en el espectro de frecuencia de una señal análoga al ser discretizada en el tiempo, y se planteó que, para preservar la información original, la tasa de muestreo debía ser mayor que el doble de la máxima componente de frecuencia contenida en la señal análoga.

Posteriormente, en 1949, Claude Shannon publicó el artículo "*Communications in the Presence of Noise*", donde demostró que es posible reconstruir perfectamente una señal análoga a partir de sus muestras, si se dispone de un filtro pasabajos análogo ideal. (Si bien no es posible fabricar un filtro de este tipo, es posible aproximarse bastante a él en muchas situaciones prácticas).

El procesamiento digital de una señal requiere (en muchos casos) de la realización de un gran número de cálculos, haciéndolo inviable si no se dispone de una máquina calculadora de gran velocidad o de un computador. Este problema dificultó el avance en el área de DSP hasta los años 60 y 70, época en la cual progresó rápidamente, gracias a la disponibilidad de grandes computadores (*mainframes*) en las instituciones. Algunos de los tópicos abordados fueron:

- Diseño e implementación de filtros digitales.
- Invención y optimización del algoritmo de la FFT.
- Compresión de voz.
- Procesamiento de imágenes (fotos tomadas por satélites y naves espaciales).
- Sismología (búsqueda de minerales y de petróleo).

En esa época las aplicaciones de DSP al procesamiento de señales en tiempo real (tales como radar, sonar, cancelación de ecos, *modems*) eran muy limitadas. Los procesadores DSP se construían con centenares de circuitos integrados TTL, tenían un costo prohibitivo (excepto para aplicaciones militares) y eran muy complejos. Por lo tanto, la mayoría de los trabajos consistía en desarrollar y ensayar algoritmos en los grandes computadores que poseían las universidades, empresas y otras instituciones.

La capacidad de efectuar multiplicaciones en forma rápida es el requerimiento más importante para poder realizar algoritmos de DSP en tiempo real. Las CPU de esa época no eran capaces de multiplicar en forma directa, sino que lo hacían en base a sumas y desplazamientos.

La multiplicación en *hardware* requería de una gran área en la pastilla de silicio. A principios de los años 80 se logró reducir el tamaño de los transistores lo suficiente como para poder fabricar un procesador DSP capaz de multiplicar 2 números en 1 ciclo de máquina (800 nseg). Con el progreso de la tecnología de integración, este tiempo ha disminuido actualmente a unos pocos nseg.

El desarrollo de conversores A/D y D/A cada vez más rápidos, de mayor resolución ( $N^\circ$  de bits), menor tamaño y menor costo, también ha contribuido a reemplazar el procesamiento análogo por el procesamiento digital.

El progreso en la velocidad de cálculo de los microcomputadores personales (PC) ha permitido usarlos en tareas cada vez más exigentes, tales como grabación y reproducción de audio y video, procesos que deben efectuarse en tiempo real. Los primeros computadores personales, fabricados a finales de los años 70, sólo podían efectuar algunos centenares o miles de operaciones de punto flotante por segundo (*flops*). La velocidad de cálculo de los PC actuales ya ha superado los mil millones de *flops*. Muchos equipos electrónicos complejos se construyen actualmente usando como base un PC industrial, aprovechando el bajo costo del *hardware* y del *software* asociado.

#### 1.4. Aplicaciones de DSP

En las últimas décadas se ha producido una migración cada vez mayor desde el procesamiento análogo hacia el procesamiento digital. Al mismo tiempo, han surgido muchas aplicaciones y técnicas nuevas, que nunca existieron en el mundo análogo. A continuación se mencionan algunas aplicaciones actuales de DSP.

- **Verificación de la calidad del suministro eléctrico:** detección de transientes, medición de valor efectivo, potencia, factor de potencia, contenido armónico y *flicker*.
- **Radar:** medición de la distancia y de la velocidad de los contactos. Compresión del pulso, lo que permite incrementar la longitud de los pulsos para aumentar el alcance, manteniendo la resolución en distancia.
- **Sonar:** formación de haces, para orientar electrónicamente el arreglo de transductores; en **modo activo**, medición de la distancia, la demarcación y la velocidad de los contactos; en **modo pasivo**, clasificación de los contactos en base al ruido emitido por ellos.
- **Medicina:** reducción de ruido y diagnóstico automático de electrocardiogramas y electroencefalogramas; formación de imágenes en tomografía axial computarizada (*scanner*), resonancia magnética nuclear y ecografía (ultrasonido).
- **Análisis de vibraciones** en máquinas, para detectar tempranamente el desgaste de rodamientos o engranajes, comparando el análisis espectral de las vibraciones con un espectro de referencia obtenido cuando la máquina no tiene defectos.
- **Oceanografía:** alerta temprana de maremotos o *tsunamis* cuando se propagan en el océano abierto, en base a las características de esas ondas que las diferencian de las olas y de las mareas; análisis armónico y predicción de mareas; medición de la energía de las olas con el objeto de dimensionar muelles y otras estructuras sumergidas.
- **Astronomía:** detección de planetas en estrellas lejanas, en base al movimiento oscilatorio que inducen en las estrellas alrededor de las cuales orbitan.
- **Radioastronomía:** búsqueda de patrones en las señales recibidas por los radiotelescopios, para detectar inteligencia extraterrestre (SETI).
- **Imágenes:** mejora del brillo, contraste, colorido y nitidez, restauración de imágenes borrosas debido al movimiento de la cámara o del elemento fotografiado, compresión de la información.
- **Telefonía:** conmutación (plantas telefónicas), decodificación de discado por tonos (DTMF), *modems*, canceladores de ecos, teléfonos celulares digitales (PCS) y teléfonos satelitales.
- **Audio:** ecualización, reverberación artificial, compresión de la información (MP3), cancelación activa de ruido ambiente (inyectando ruido en contrafase).
- **Voz:** compresión de la información, identificación de personas, y reconocimiento de voz (dictado por voz).

- **Televisión:** cancelación adaptiva de *multipath* para eliminar los “fantasmas”, filtros “peineta” para mejorar la separación de luminancia y color en la señal de video compuesto, TV digital de alta definición (HDTV), compresión de la información.
- **Industria automotriz:** control de la inyección y del encendido del motor para maximizar el rendimiento y minimizar las emisiones; control de la transmisión automática para maximizar la economía de combustible o la aceleración del vehículo; control del flujo de energía en los vehículos híbridos.
- **Sismología:** localización de hipocentros de sismos, búsqueda de minerales y de petróleo analizando los ecos subterráneos generados por pequeñas explosiones.

Estas son sólo algunas aplicaciones de DSP. Su número está en constante aumento, a medida que la tecnología de integración progresa, y se desarrollan nuevos algoritmos.